

2. naloga (25 točk)

Naj bo podana funkcija s predpisom $f(x) = \frac{e^x}{x^2}$.

a) (10 točk) Zapiši enačbo tangente na f v točki $x = 1$.

$$f'(x) = \frac{e^x \cdot x^2 - e^x \cdot 2x}{x^4} = \frac{x \cdot e^x (x-2)}{x^4} = \frac{e^x (x-2)}{x^3} \quad (3)$$

$$f'(1) = \frac{e \cdot (-1)}{1} = -e \quad (1)$$

$$f(1) = \frac{e}{1} = e \quad (1)$$

$$e = 1 \cdot -e + n$$

$$n = 2e \quad (2)$$

$$\underline{y = -e \cdot x + 2e} \quad (3)$$

b) (15 točk) Določi definicijsko območje, stacionarne točke in območja naraščanja in padanja funkcije f .

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\} \quad (2)$$

stac. točke: $f'(x) = 0 \quad (2) \quad x = 2 \quad f(2) = e^{\frac{2}{4}} \quad T(2, \frac{e^2}{4})$ lok.
 (3) minimum

predznak odvoda:

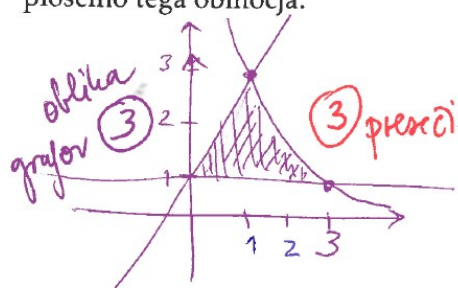
$$(3) \quad \begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ | \quad | \quad | \\ 0 \quad 2 \end{array}$$

naraščanje: $x \in (-\infty, 0), [2, \infty) \quad (2)$

padanje: $x \in (0, 2] \quad (2)$

3. naloga (25 točk)

a) (20 točk) Skiciraj območje, ki ga omejujejo $y = 1$, $y = 2x + 1$ in $y = \frac{3}{x}$. Izračunaj ploščino tega območja.



$$1 = \frac{3}{x} \quad x = 3$$

$$S = \int_0^1 (2x+1-1) dx + \int_1^3 \left(\frac{3}{x}-1\right) dx$$

$$= \int_0^1 2x dx + \int_1^3 \left(\frac{3}{x}-1\right) dx$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^1 + \left(3 \log|x| - x \right) \Big|_1^3$$

$$= 1 - 0 + (3 \log 3 - 3) - (3 \log 1 - 1)$$

$$= 1 + 3 \log 3 - 3 + 1$$

$$= \underline{3 \log 3 - 1}$$

b) (5 točk) Poišči kakšno funkcijo, katere odvod je enak $\cos^2 x \sin x$.

$$f'(x) = \cos^2 x \sin x$$

$$f(x) = \int \cos^2 x \sin x dx$$

$$t = \cos x$$

$$dt = -\sin x dx$$

$$= \int t^2 \cdot \sin x \cdot \frac{-dt}{\sin x}$$

$$= - \frac{dt}{\sin x} = dx$$

$$= -\frac{1}{3} t^3 + C$$

$$= -\frac{1}{3} \cos^3 x + C$$

Recimo: $f(x) = \underline{\underline{-\frac{1}{3} \cos^3 x + 1}}$

4. naloga (25 točk)

Reši sistem enačb.

$$x + 3y - z + 3w = -5$$

$$y + z + 2w = -1$$

$$x + 2y - 3z = 0$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 3 & | & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & | & -1 \\ 1 & 2 & -3 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 3 & | & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & | & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & | & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 3 & | & -5 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & | & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & | & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

(3)

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -4 & -3 & | & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & | & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & | & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & | & -18 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & | & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & | & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix}$$

(4)

$$w = t$$

(1)

$$x + w = -18 \quad x = -18 - w \quad (2)$$

$$y + w = 3 \quad y = 3 - w \quad (2)$$

$$z + w = -4 \quad z = -4 - w \quad (2)$$

rešitev: $(-18-t, 3-t, -4-t, t)$ $t \in \mathbb{R}$

(3)